

**GRUPPENKOHOMOLOGIE**  
ÜBUNGSBLATT XIV

≤ 25.7.2013

---

(53) *Überbleibsel aus der Vorlesung.*

- (a) Geben Sie ein Beispiel eines relativ injektiven, nicht injektiven  $G$ -Moduls.  
(b) Seien  $G$  eine endliche Gruppe und  $M$  ein  $G$ -Modul. Dann folgende Abbildung ist ein  $G$ -Modulisomorphismus<sup>1</sup>:

$$\psi : \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(M, \mathbb{Z}) \rightarrow \text{Hom}_{\mathbb{Z}G}(M, \mathbb{Z}G), \quad \varphi \mapsto \psi(\varphi) : x \mapsto \sum_{g \in G} \varphi(g^{-1}x)g.$$

≤5 Punkte

(54) *Einige Eigenschaften der Tate-Kohomologie.*

Sei  $G$  eine endliche Gruppe, und  $M$  ein induzierter  $G$ -Modul (d.h. von der Form  $\text{Ind}_{\{1\}}^G(A)$ , für  $A$  eine abelsche Gruppe).

- (a) Benutzen Sie Shapiros Lemma, um zu zeigen, dass  $\hat{H}^*(G, M) = 0$ .  
(b) Aus (a) und der langen exakten Sequenz der Tate-Kohomologie, folgt, dass  $\hat{H}^*$  ist *effaceable* (und *coefaceable*).  
(c) Schlussfolgern Sie die Dimensionsverschiebung für die Tate-Kohomologie.

≤7 Punkte

(55) *Eine explizite vollständige Auflösung.*

Sei  $G$  eine endliche Gruppe, die auf  $S^{2k-1}$  operiert. Zeigen Sie, dass es eine vollständige,  $2k$ -periodische Auflösung (von  $\mathbb{Z}$ ) gibt. Schreiben Sie diese explizit im Falle einer endlichen zyklischen Gruppe auf.

≤6 Punkte

(56) *Beenden Sie sämtliche frühere Aufgaben.*

viele Punkte

---

<sup>1</sup>Mit den entsprechenden  $G$ -Modulstrukturen..