

GRUPPENKOHOMOLOGIE
ÜBUNGSBLATT VI

≤ 29.5.2013 (19:00 UHR)

(21) *Wirkung von G/H auf $H(H, M)$.*

Seien G eine Gruppe und H eine zentrale Untergruppe ($H \subset Z(G)$, wobei $Z(G)$ das Zentrum von G ist), M ein \mathbb{Z} -Modul mit trivialer G -Operation. Zeigen Sie, dass die Quotientengruppe G/H trivial auf $H^*(H, M)$ und auf $H_*(H, M)$ operiert.

≤3 Punkte

(22) *Die Transferabbildung I.*

Schreiben Sie die in der Definition (D) von der Transferabbildung angegebene Ketten- bzw. Kokettenabbildung zwischen den Standardauflösungen $K_{\text{bar}}(G; M)_{\bullet} \rightarrow K_{\text{bar}}(H; M)_{\bullet}$, bzw. $K_{\text{bar}}(H; M)^{\bullet} \rightarrow K_{\text{bar}}(G; M)^{\bullet}$, die die Transferabbildung in der Homologie bzw. Kohomologie induziert.

≤4 Punkte

(23) *Die Homologie- bzw. Kohomologieabbildungen res_H^G und cor_H^G .*

Zeigen Sie, dass die Abbildungen $\text{res}_H^G : H(G, M) \rightarrow H(H, M)$ und $\text{cor}_H^G : H(H, M) \rightarrow H(G, M)$ im folgenden Sinne *invariant unter Konjugation* sind:

$$\begin{aligned} g \cdot \text{res}_H^G \zeta &= \text{res}_{gHg^{-1}}^G \zeta && \text{für alle } \zeta \in H(G, M), \text{ und} \\ \text{cor}_{gHg^{-1}}^G g\zeta &= \text{cor}_H^G \zeta && \text{für alle } \zeta \in H(H, M). \end{aligned}$$

≤6 Punkte

(24) $H^*(\mathfrak{S}_3, \mathbb{Z})$.

Berechnen Sie $H^*(\mathfrak{S}_3, \mathbb{Z})$ anhand von Theorem 23 (10.3 in Brown), wobei \mathfrak{S}_3 die symmetrische Gruppe vom Grad 3 ist.¹

≤4 Punkte

¹Da kommender Donnerstag ein Feiertag ist, und das o.g. Theorem noch nicht vorgetragen wurde, werden Sie dann bis Freitag, dem 31.5., um 9:15 Uhr Zeit haben, um diese Aufgabe abzugeben – alle anderen (sprich 21–23) müssen schon am Mittwoch abgegeben werden.